

## Metody optymalizacji

### Lista nr 3 Algorytm simplex cz. 2

1. Korzystając z tabeli simplexowych oblicz zadania. Dodatkowo, napisz jak wyglądają problemy do nich dualne

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2 \\
 x_1 - 2x_2 + 5x_3 \leq 6 \\
 x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 6 \\
 \hline
 -x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \quad x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 10 \\
 \quad 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 12 \\
 \quad x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 9 \\
 \hline
 z = x_1 + 3x_2 + 4x_3 \rightarrow \max \\
 x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{c) } \quad 2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 6 \\
 \quad x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 4 \\
 \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2 \\
 \quad \quad \quad x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3) \\
 \hline
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max
 \end{array}$$

2. Korzystając z tabeli simplexowych rozwiąż zadanie:

Mały warsztat naprawia trzy rodzaje urządzeń B1, B2, B3. Każde urządzenie zawiera trzy podstawowe elementy: E1, E2, E3. Naprawa polega na demontażu i/lub montażu elementów E1, E2, E3 według określonej technologii. Tabela przedstawia przebieg każdej naprawy, zysk z naprawy urządzenia określonego typu oraz zapas elementów E1, E2, E3 w firmie.

Ile i jakich urządzeń powinna naprawić firma, aby osiągnąć największy zysk?

Urządzenie	Element			zysk [\$/szt]
	E1	E2	E3	
B1	3	-2	-4	-1
B2	-1	4	3	3
B3	2	0	8	-2
Zapas [szt.]	7	12	10	

3. Przedstaw poniższe problemy w postaci kanonicznej a następnie sporządź tabele simplex (dodatkowo: korzystając z dowolnego oprogramowania do rozwiązywania Problemów Programowania Liniowego przedstaw końcową postać tablicy simplex i zinterpretuj rozwiązanie).

A) Właściciel ciężarówki przewozi cukier, mąkę i chipsy z miejscowości A do B. W ciężarówce mieści się towar o objętości co najwyżej 7000 litrów i o wadze co najwyżej 5 ton. 1 kilogram cukru ma objętość 1,5 litra, 1 kilogram mąki 2 litry, natomiast 1 kilogram chipsów ma objętość 4 litrów. Załóżmy także, że nasz przewoźnik zobowiązał się do dostarczenia co najmniej 1000 kg maki i cukru. Zysk od przewozu poszczególnych towarów jest następujący:

- 8 zł za 100 kg cukru,
- 10 zł za 100 kg maki,
- 25 zł za 100 kg chipsów.

Ile cukru, maki i chipsów powinien załadować właściciel ciężarówki, aby zmaksymalizować swój zysk?

B) Problem diety:

Ola postanowiła odżywiać się najtaniej, jak to możliwe, dostarczając jednak swojemu organizmowi odpowiednich ilości białka, witamin A i C, wapnia oraz energii (czyli składników żywności). Postanowiła odżywiać się mlekiem, serem, chlebem, cielęcina i marchewka. W poniższym zestawieniu podano zawartości odpowiednich składników w tych produktach (na 100 g produktu).

składniki żywności	mleko	ser	chleb	cielęcina	marchew
białko (g)	3	38	0	20	1
wit A (jedn.)	140	120	0	0	5760
wit C (mg)	1	0	0	0	3
wapń (mg)	120	1450	90	8	19
energia (kcal)	53	200	240	82	21

Zestawienia prezentujące zapotrzebowania dobowe Oli na poszczególne składniki oraz ceny produktów podane są poniżej.

białko	70
wit A	5000
wit C	75
wapń	70
energia	2700

mleko	1,5 zł/l
ser	5 zł/kg
chleb	1,5 zł/kg
cielęcina	12 zł/kg
marchew	0,8 zł/kg

Ułóż PPL, którego rozwiązanie będzie dla Oli wskazówką, jak za najniższą cenę zaspokoić potrzeby swojego organizmu. Waga dziennego pożywienia nie może przekroczyć 2 kg.

C) Dane są 4 maszyny, których fundusz efektywny czasu pracy podano w Tabelcy 1. Za pomocą tych maszyn należy zrealizować zadany program produkcji pięciu wyrobów podany również w Tabelcy 1. Koszt godziny pracy maszyny  $j$  na rzecz wyrobu  $i$  podano w Tabelcy 2. Produkcja każdego wyrobu może być podzielona w dowolny sposób pomiędzy maszyny. Wydajność godzinowa maszyn zależy od tego, który wyrób jest produkowany na danej maszynie. Poszczególne wartości podano w Tabelcy 1. Należy przydzielić zadania produkcyjne \ tak, aby łączny koszt realizacji programu produkcyjnego był minimalny.

Tabela 1. Wydajność poszczególnych maszyn zależnie od wyrobów [szt./godz.]

Wyroby	Maszyny				Planowana produkcja [szt./mc]
	M 1	M 2	M 3	M 4	
1	200	200	500	300	20000
2	700	250	300	200	25000
3	450	300	400	400	18000
4	400	300	200	300	15000
5	100	400	600	200	20000
Fundusz czasu pracy maszyny [godz./mc]	30	90	60	90	

Tabela 2. Koszt jednostkowy pracy maszyny  $j$  na rzecz wyrobu  $i$  [zł/godz].

Wyroby	Maszyny			
	M 1	M 2	M 3	M 4
1	10	25	10	40
2	10	30	35	25
3	10	30	10	10
4	30	15	15	25
5	25	30	50	10

D) Żeliwo maszynowe (przeznaczone na odlewy) wytwarzane z trzech stopów powinno zawierać: nie więcej niż 1,4% węgla (C), nie więcej niż 0,8% krzemu (Si), nie mniej niż 2,5% manganu (Mn) i nie mniej niż 1,2% fosforu (P). Zawartości procentowe poszczególnych pierwiastków w stopach oraz ceny zakupu każdego z nich podano w Tabelcy 3. Należy zminimalizować koszt wytworzenia 500 ton żeliwa maszynowego.

Zawartość pierwiastków w 1 kg stopu

Stopy	C	Si	Mn	P	Cena
	[g]	[g]	[g]	[g]	[zł/kg]
I	28	10	30	10	10
II	14	12	20	10	15
III	10	6	30	15	20

E) W pewnym zakładzie produkcyjnym z arkusza blachy o standardowych wymiarach wycina się trzy rodzaje elementów A, B, C. Można stosować pięć sposobów rozkroju jednego arkusza blachy. Powierzchnia arkusza wynosi 3,2 m<sup>2</sup>. W Tabelcy podano liczbę elementów uzyskanych przy zastosowaniu poszczególnych sposobów rozkroju oraz zużycie blachy na każdy element. Ile razy zastosować możliwe sposoby rozkroju, aby otrzymać nie mniej niż 200 elementów A, 100 elementów typu B i 800 elementów C zużywając przy tym możliwie najmniej arkuszy blachy.

Elementy	Sposoby rozkroju 1 arkusza					Zużycie blachy na 1 element [m <sup>2</sup> ]
	I	II	III	IV	V	
A	1	1	0	0	0	0,7
B	2	0	2	1	0	0,4
C	0	4	2	5	8	1,1